
Tutoriel : Reformulation Quadratique Convexe pour l'optimisation Quadratique discrète : résultats de base et extensions récentes

Sourour Elloumi^{*1}

¹Centre d'Etude et De Recherche en Informatique et Communication (CEDRIC) – Ecole Nationale Supérieure d'Informatique pour l'Industrie et l'Entreprise – 292 Rue St Martin FR-75141 Paris Cedex 03, France

Résumé

Nous considérons le problème (QP) de la minimisation d'une fonction quadratique sous des contraintes linéaires ou quadratiques. Les variables sont entières et bornées. Ce problème très général permet de modéliser de nombreux problèmes classiques en Optimisation Combinatoire et constitue une première généralisation de la programmation linéaire en nombres entiers.

Une différence majeure entre (QP) et les programmes linéaires en nombres entiers réside dans le fait que, en général, sa relaxation continue fournit un problème lui aussi NP-difficile. Pour contourner cette difficulté, la reformulation quadratique convexe transforme (QP) en un problème (QP') équivalent mais dont la relaxation continue est un problème convexe. Afin de calculer une solution optimale de (QP), on peut alors résoudre (QP') par un algorithme d'énumération implicite basé sur l'optimisation continue convexe.

Nous faisons un tour d'horizon de développements récents de cette approche. Nous montrons en particulier comment les relaxations semi-définies positives permettent de construire les problèmes équivalents (QP') les plus intéressants. Dans le cas des variables binaires, nous donnons une vision des linéarisations classiques comme un cas particulier de reformulation quadratique convexe.

Enfin, nous illustrons la généralité et l'efficacité expérimentale de la résolution exacte par reformulation quadratique convexe sur différents problèmes d'Optimisation Combinatoire.

Références

- A. Billionnet et S. Elloumi. Using a Mixed Integer Quadratic Programming Solver for the Unconstrained Quadratic 0-1 Problem . Mathematical Programming, 109(1): 55-68, 2007.
- A. Billionnet, S. Elloumi et M.-C. Plateau. Improving standard solvers convex reformulation for constrained quadratic 0-1 programs: the QCR method. Discrete Applied Math, vol. 157(6), 2009, pp. 1185-1197.
- A. Billionnet, S. Elloumi et A. Lambert. Extending the QCR method to general mixed-integer programs. Mathematical Programming, vol. 131(1), 2012, pp.381-401

^{*}Intervenant

Mots-Clés: Programmation quadratique, optimisation discrète, reformulation