L'algorithme de coût min-max de Lawler : une variante avec incertitude

Gerd Finke[*,†,1], Nadia Brauner[2], Yakov Shafransky[3], and Dzmitry Sledneu[4]

[1]G-SCOP – Université Joseph Fourier - Grenoble I – France
[2]G-SCOP – Université Joseph Fourier - Grenoble I, Unversité Joseph Fourier – France
[3]NAS of Belarus – Bélarus
[4]Lund University – Suède

Résumé

Nous considérons l'ordonnancement de n tâches sur une machine. La tâche j, j = 1, . . . , n, est caractérisée par le temps d'exécution pj $\geq$ 0 et par une fonction croissante Φj(t) qui indique le coût à payer si la tâche j termine à l'instant t. Des contraintes de précédence sont décrites par un graphe orienté acyclique G = (V, E). L'objectif est de trouver un ordonnancement admissible, c'est-à-dire une permutation $\pi = (\pi(1),..., \pi(n))$, qui minimise le coût maximum Φmax. L'algorithme de Lawler résout le problème correspondant 1—prec—Φmax en temps O(n2). Cet algorithme peut se résumer comme suit :
La permutation est construite de droite à gauche. A chaque étape on place une tâche disponible (c'est-à-dire une tâche terminale dans le graphe restant de précédence) qui possède le coût minimum.

Nous spécialisons la fonction coût. Le coût d'une tâche j dépend d'une fonction croissante ϕ(t), commune pour toutes les tâches, et d'un paramètre λj. La valeur de λj n'est pas connue en avance et peut prendre n'importe quelle valeur dans un intervalle [λ–j , λ+j]. Posons Φj (t) = ϕ(t) + λj où λj $\in$ [λ–j , λ+j] et nous obtenons le problème avec incertitude

1—prec ; Φj(t)=ϕ(t)+λj, λj $\in$[λ–j ,λ+j]—Φmax.

Ce problème est inspiré par une application pour laquelle λj donne le temps de transport d'une pièce j du site de production jusqu'au client. Le temps de trajet est incertain à cause du trafic.

Le problème est résolu par une permutation qui vérifie le critère du regret min-max. Il est montré que cette solution s'obtient en O(n2) par l'algorithme de Lawler et une fonction coût particulière. Cette approche permet aussi de décrire les instances pour lesquelles une permutation optimale pour tous les scénarios possibles existe.

(voir : https://cahiersleibniz.g-scop.grenoble-inp.fr ; N. 209)

Mots-Clés: ordonnancement sur une machine, incertitude, regret maximal

*Intervenant
†Auteur correspondant: gerd.finke@g-scop.inpg.fr